

Om att lära sig

Avslutningsreportage för Johan Falk, 800412-0435

Journalistik AB, 40 p

Institutionen för informationsvetenskap

VT 2005

Vad är att lära sig något?

Utbildning är en viktig del i vårt samhälle, och för den enskilda människan kan utbildningen vara avgörande både för identitet, självbild och yrkesliv. Vårt samhälle tycker till och med att utbildning är så viktigt att alla måste gå nio år i skolan, och regeringen vill att hälften av de som senare går ut gymnasiet ska fortsätta till högskolan.

Utbildningen formar vårt samhälle, och människorna i det. Kärnan i hela utbildningssystemet är lärandet: inhämtandet av kunskap, att förstå och utforska nya saker, att erhålla nya färdigheter eller insikter värdefulla för att förstå, hantera och förändra världen omkring oss.

Detta reportage kommer att handla om att lära sig. Reportaget är en reaktion på alla de brister i utbildningssystemet jag själv har upplevt. Det är en effekt av att varje person jag känner kan berätta om missförhållanden i skolan; om lärare som är dåliga, om prov som mäter meningslösa kunskaper, om betyg som är satta på osakliga grunder, om elever som blir omringknuffade för att det är lättare att ta hänsyn till ett cementerat system än till elever som går på en skola i tre år och sedan försvinner.

Reportaget är en reaktion på att det blivit viktigare att klara prov än att förstå, få ett betyg viktigare än att utvecklas och förmågan att upprepa viktigare än att tänka själv.

Detta reportage är en reaktion på att skolan, som har till uppgift att göra elever till självständiga, medvetna och ställningstagande medborgare, har en struktur som ofta gynnar det motsatta. Budskapet att tänka och ifrågasätta kommer inpaketerat i ett schema som ska följas, lärare som ska lydas och kurser som måste klaras för att du ska vara en bra elev.

Vad är att lära sig?

Detta reportage kommer inte att svara på den frågan. Det kommer inte heller att ta upp alla brister jag nämnt ovan. Istället kommer vi att få ett stickprov från ett sent skede i utbildningsprocessen, när eleverna har blivit studenter. Fokus kommer att vara en klass civilingenjörer som läser kursen flerdimensionell analys vid Uppsala universitet.

Jag vill poängtera att jag på intet sätt vill angripa vare sig studenter, föreläsare eller fakultetsledning. Jag är övertygad om att alla inblandade vill ha och arbetar för ett så meningsfullt lärande som möjligt. De som medverkar i reportaget är dessutom utvalda för att de är extra medvetna om problem med inläring och undervisning. Det jag vill göra tydligt är att något är fel i systemet, i själva strukturen där utbildning bedrivs. Tydligt fungerar det inte som det ska, *trots* att studenter vill lära sig, *trots* att föreläsare är skickliga, *trots* att utbildningsansvariga är framåtsträvande.

Jag hoppas att jag kan väcka tankar och reaktioner, att få dig att förändra eller åtminstone att ta ställning själv.

Stort tack till dem som gjort reportaget möjligt: Anders Vretblad. Gunnar Berg, Susanne Mirbt. Janny Olsson. Helga Rietz, Britt-Sofi Falk. Lars Högberg. Magnus, Simon, Alexander. Ola Wessely. Alla som närvarade vid föreläsningarna jag följde. Tack till er alla.

Johan Falk, Uppsala 13 maj

Del I – Kursen

Tisdag 12 april

15.15. Anders Vretblad tittar på klockan en gång till.

– Jaha, vi får väl ta och sätta igång, då. Vi ska börja med den sista stora delen av den här kursen. Den handlar om vektoranalys.

Anders Vretblad har runda glasögon, är något kuttryggig och har en märkbar mage under sin ljusblå skjorta. Han börjar närma sig pensionsålder, och kommer att gå ner till halvtid nästa år. Rösten han använder när han föreläser påminner om berättaren i Bamse-sagorna, och han har en lugn stil utan att bli nonchalant varken mot studenter eller matematik.

Åhörarskaran är 30–40 studenter som läser första året på civilingenjörsprogrammet energisystem. I salen finns också en och annan som har läst kursen innan, men ännu inte klarat tentan.

Föreläsningen är två gånger trekvart. Under den tiden kommer Anders Vretblad att fylla i genomsnitt en skrivtavla var sjunde minut, och nästa alla studenter kommer att skriva av ordagrant i sina block. Ingen kommer att ställa någon fråga, eller ens säga något till Anders Vretblad under tiden som föreläsningen pågår. Faktiskt inte under nästa eller nästnästa föreläsning heller, eller under någon föreläsning under kursen.

Kursen, flerdimensionell analys, är obligatorisk för civilingenjörer. Den anses nödvändig för att studenterna ska kunna ta till sig kommande kurser i exempelvis mekanik eller ellära. För att inte fastna i det matematiska träsket krävs dessutom att studenten inte bara precis klarat kursen, utan också kan vända begrepp i kursen fram och tillbaka.

För studenterna som klarar kursen är den värd sex högskolepoäng, vilket på pappret motsvarar sex veckors heltidsstudier. I schemat är den värd 48 lektions- och föreläsningsspass om två timmar vardera. På sex veckor motsvarar det drygt tre timmar undervisning varje dag, men för att underlätta för studenterna är kursen utspridd över hela vårterminen. Många studenter tar inte itu med kursen förrän en bra bit in på terminen, och eftersom studenterna läser flera kurser samtidigt kan arbetsbördan bli stor när det är dags för tenta.

Flerdimensionell analys, flerdimmen, kallas också för *muren* bland studenterna: Kommer du förbi den har du klarat det värsta, men för många tar det stopp. Vissa år har så få som fyrtio procent blivit godkända, men vanligtvis klarar i alla fall fyra av fem som läser kursen tentan. En av fem klarar den inte.

Anders Vretblad föreläser framme vid de höj- och sänkbara skrivtavlor. Han lägger fem minuter på att introducera beteckningarna som kommer att användas, och tjugo minuter på att ge en orientering i vektoranalys. För att motivera matematiken hänvisar han med jämna mellanrum till fysiken, där det mesta i flerdimensionell analys används flitigt. Ett av exemplen som används är Newtons gravitationslag. För Newton tog det många års arbete för att formulera den, och för mänskligheten tog det många sekler för att göra det möjligt för någon som Newton att formulera den. I föreläsningssalen tar det sex minuter.

Så snart orienteringen är klar börjar första kapitlet med teori: konservativa fält.

– Det har inget med politik att göra, säger Anders Vretblad till synes i förbifarten. Klassen fnissar till lite, och studenterna får lite mer syre till huvudet.

Efter tjugo minuter konservativa fält är alla sex skrivtavlor fyllda. Det är dags för rast, och de flesta skyndar sig ut ur föreläsningssalen. Jag sneglar på anteckningarna som ligger kvar på bänkarna – exakta kopior av figurerna och formlerna på tavlorna. För en oinvigd skulle de inte betyda någonting; ytterst lite av det som skrivit är faktiska ord.

Femton minuter senare fortsätter Anders Vretblad med andra halvan av föreläsningen, och sorlet bland studenterna tystnar. Fokus mot tavlan, pennan mot pappret. Det som går igenom just

nu är exempel två ur kursboken. En kvart senare är tre nya tavlor fyllda. Newton är utsuddad och förbi.

Tjugoåtta minuter in på andra halvan av föreläsningen är ännu ett exempel klart, och Anders Vretblad tar tid för att diskutera vad som hände i ett av beräkningsstegen. Studenterna sträcker lite på sig, gäspar, trycker på stela axlar. En påse hallonbåtar plockas fram. Skoldagen började klockan nio, och när nu sista tavlan påbörjas är klockan åtta minuter i fem. Det är säkert inte bara jag som har svårt att hänga med.

Klockan fem tar föreläsningen slut. Medan studenterna plockar ihop sina väskor och försvinner ur salen suddar Anders Vretblad tavlorna noggrant. Han har undervisat i närmare fyrtio år, och flerdimensionell analys till och från i trettio år. Två av de böcker och flera av de kompendier som används i undervisningen på Polacksbacken/Ångström har hans namn på sig, och han är närmast en legend på området. Hans undervisning är lika uppskattade som hans tentor är fruktade.

Det är nio föreläsningar kvar.

Flerdimensionell analys, 6 poäng

Kursplanen är fastställd 1996-06-06 av Teknisk-naturvetenskapliga fakultetsnämnden och senast reviderad 2003-05-08 av teknisk- naturvetenskapliga fakultetsnämnden

Mål för utbildningen

Kursen skall ge grundläggande kunskaper om reella och vektorvärda funktioner av en och flera variabler – deras egenskaper lokalt (differentialkalkyl) och globalt (integralkalkyl). Kursen skall även ge färdigheter i att räkнемässigt handha de införda begreppen och träning i att använda dem vid matematisk modellering.

Kursens innehåll

Skalära och vektorvärda funktioner av en och flera variabler. Rymdkurvor: båglängd, krökning, Frenets formler. Partiella derivator: kedjeregeln, gradient, rikttingsderivata, differentialer. Totalderivatan av vektorfält, funktionaldeterminanter. Divergens och rotation. Taylors formel för funktioner av flera variabler. Optimeringsproblem. Dubbel- och trippelintegraler, variabelsubstitution, några tillämpningar. Integralkalkyl för vektorfält: kurv- och yintegral, Greens, Stokes och Gauss satser.

Undervisningsform

Föreläsningar och lektioner.

Examinationsform

Skriftligt prov med problem och teoriuppgifter vid kursens slut. Obligatoriska uppgifter kan förekomma.

Tisdag 19 april

Idag befinner vi oss i Höggsalen, en av de största föreläsningssalarna på Ångströmlaboratoriet i Uppsala.

Huvudet på tjejen framför rör sig upp och ner: Fokus på tavlan, på det just skrivna, och sedan skriva av i blocket. Blicken stannar kvar på det skrivna även när Anders Vretblad byter tavla. Känslan är välkänd: "Jag hänger inte med nu. Om jag inte skriver av kommer jag aldrig kunna komma ikapp."

Denna föreläsning handlar bland annat om avbildningar av sfäriska ytor. Vid ett tillfälle frågar Anders Vretblad om någon känner igen den nyss beskrivna avbildningen från klotyta till en rektangel. Han väntar några sekunder innan han fortsätter och svarar på frågan själv.

Avbildningen är välkänd; den som används på världskartor för att göra en platt bild av ett runt klot. Att ingen student svarade kan inte bero på att ingen kunde svaret. Antingen var det för att ingen vågade – att få hela klassens uppmärksamhet kan vara obehagligt – eller så beror det på att åhörarna blivit passiva lyssnare. Som tevetittare.

Anders Vretblad är medveten om att studenterna skriver av. Han ber studenterna låta bli för ett ögonblick:

- Skriv inte av detta, för det finns bra redovisat i kursboken. Följ med här nu istället.

De flesta slutar skriva.

Efter rasten kommer någon tillbaka lite sent. Han lämnar tillbaka blocket med föreläsningsanteckningar som han kopierat. Tydligt missade han förra föreläsningen.

Eftermiddag vid Sten Sture

Det är solvarm eftermiddag, och jag och Jänny sitter vid Sten Sture-monumentet. Jag berättar att jag var på energisystems flerdimföreläsning i morse. Jänny läser också energisystem, men en högre årskurs.

– Fick du ut något av det, då? (Jänny)

– Jodå. Det är rätt lyxigt att inte behöva koncentrera sig på kursinnehållet, utan på hur det presenteras och hur studenterna betar sig.

– Haha, jag tyckte mest det var såhär: [tittar upp, antecknar i ett imaginärt skrivblock, tittar upp, antecknar...]

– Jo, det var rätt mycket så.

Så måste jag fråga:

– Men känns det verkligen meningsfullt att skriva av så? Får man ut nånting av det?

– Nja, det är klart, det går inte att skriva och lyssna samtidigt. Men jag tycker att exemplen är bra, där har man nytta av anteckningarna efteråt, för att kunna titta på hur han gjorde.

– Mm.

– Men jag skulle vilja ha anteckningarna innan, så att man kan hänga med mer på hur han gör. Det skulle vara bättre.

Eftermiddagen fortsätter.

–ICQ LOG START–

16:08:39 Johan: Har du fått det?

16:12:35 Jänny: Japp, och läst. Det var väl ungerfär så jag sa. Lät Ingrid läsa också och hon höll väl med, men samtidigt så är ju att man antecknar en del för att man inte ska somna på lektionen. Och om man fick föreläsningarna innan kanske inte lika många verkligen skulle gått på föreläsningen?

16:12:59 Johan: Sant.

16:13:23 Jänny: Meningen är ju egentligen att man ska förbereda sig inför föreläsningen genom att läsa i boken.

16:13:28 Jänny: Hur många gör det?

16:13:53 Jänny: Kanske om man fick ut dem på föreläsningen?

16:15:12 Jänny: Då är det nytt och man kan hänga med på pappret samtidigt som han löser talet på tavlan. För det är nog bra att han skriver talet allteftersom på tavlan och inte bara lägger på en ohbild, för det är brunt.

–ICQ LOG END–

Fredag 22 april

From: Lars Högberg
Date: 2005-04-19 21:49
To: Johan Falk

Hej Johan

Du informerade om någon artikel du skulle skriva idag på kursen Flerdimensionell analys.

Vi är intresserade av att delta. Vi är i och för sej oftast bara två stycken som pluggar ihop, men det kanske går bra ändå? Annars kan vi säkert ordna så att vi är flera.

MVH
Lars Högberg

Klockan är strax efter halv nio, och Lars och Magnus träffas för att räkna uppgifter innan föreläsningen klockan tio. De har pluggat tillsammans sen de började på ES-programmet. Från början var de tre som pluggade ihop, men en hoppade av och började läkarprogrammet istället. Senare kommer jag att förstå att en viktig del i att Magnus och Lars vågar vara med i mitt reportage var att de känner sig någorlunda trygga med matematik.

Grupprummet ligger på Polacksbacken, ett gammalt regemente som tagits över av universitetet. Rummet är ganska litet, men med ljusa väggar och ett fönster som går ända upp till taket 3,5 meter upp. På väggen hänger en whiteboard.

I rummet finns också ett bord, två personer, två anteckningsblock och kursboken Calculus, fylld med övningsuppgifter. Killarna samarbetar med en uppgift, och diskuterar emellanåt vilka steg de ska ta och vad olika beteckningar betyder.

– Jag förstår fortfarande inte varför y går från x till 1. (Magnus)

– Men du måste ju titta på y . (Lars)

Lars tar Magnus skrivblock och vrider så att x - och y -axel byter plats.

– Ja, just det. (Magnus)

Det mesta av räknandet består av tystnad, men då och då jämför de uträkningarna.

– Har du börjat om från början med uppgiften? (Magnus)

– Ja, vafan, den primitiva funktionen blev ju helt mongo. (Lars)

Den aktuella uppgiften erbjuder motstånd, och de båda får bläddra i Calculus för att ta reda på hur den ska angripas. De bestämmer sig för att byta till sfäriska koordinater för att problemet ska bli lättare att formulera. De pratar halvt till sig själva, halvt för varandra, och halvt till mig:

– Nu har jag lärt mig sfäriska koordinater utantill i alla fall. Det blir ju så, när Vretblad säger att man inte ska lära sig något utantill. Då fastnar det. (Magnus)

– Han vill att man ska se det framför sig istället, bilden, och liksom härleda det varje gång. (Lars)

– Men när man har sett den, då kan man det liksom. Då kommer man ihåg det. (Magnus)

Efter 40–50 minuter har uppgiften blivit en sista integral, som ska lösas. Men det är svårt.

– Om vi försöker med variabelsubstitution? (Magnus)

Han försöker.

– Fan, dethär går ju inte.

Killarna kollar vad svaret ska bli, för att se om det kan ge någon ledning. Icke. Till slut lämnar de uppgift tre, för att återkomma senare. Den nya uppgiften går inte heller bra, och när det är dags att plocka ihop böckerna är de lite missnöjda med att bara ha räknat en enda uppgift.

– Jag tycker att det är den jobbigaste kursen hittills. (Lars)

– Det är kul att räkna på volymer och ytor och så. (Magnus)

– Jo, det är klart, men linjäralgebran var roligare. (Lars)

Intervju med Gunnar Berg – ”Matte måste få ta tid”

Jag har aldrig sett restaurang Rullan så tom. Vanligtvis är det två långa köer till kassorna, och man får leta efter en ledig plats vid borden. Vid salladsbaren brukar människor och brickor trängas. Nu märks det hur stor Rullan är – yta som en sporthall, stora fönster och det skulle gå in en mindre flaggstång under taket. Klockan är halv tolv, en halvtimme innan lunchrusningen, och de enda i salen är jag, Gunnar Berg och tre personer bakom disken.

Gunnar Berg är kring sextio, har kort, gråvitt hår och en lugn men vaken blick. Genom hela min studietid har jag inte mött någon bättre pedagog, och alla studenter jag hört säga något om honom har gett positiv kritik. 1999 fick han teknologkårens lärarpris Guldtuppen, och i höstas mottog han Uppsala universitets pedagogpris. Förutom att undervisa i grundläggande högskolematte undervisar och forskar han i matematikhistoria. Han har skrivit läromedel, och är en av de som anlitas för att skriva Nationalencyklopediens artiklar om matematik.

Jag har fått en lunchintervju med Gunnar Berg, för att prata om att lära sig, och vilka problem som finns med inläringssituationen.

”Att ha tid för att arbeta med matematik är det viktigaste. Man måste ha tid att smälta och ta till sig begreppen. En student som har väldigt svårt för sig kan ha fått bra matematikfärdigheter efter en termin, förutsatt att han eller hon får tid att arbeta med matten.

Tyvärr blir det hela tiden nya kurser och mer innehåll, samtidigt som ingen vill ta bort moment. Kurserna blir kortare och intensivare. Det är inget fel med fempoängskurser, men med tiopoängskurser finns det mer tid att reflektera.

Jag vägrar nuförtiden att bara snacka på, oberoende om studenterna hänger med eller inte. När tiden inte räcker till är en lösning att helt enkelt utelämnat en del saker. I en kurs för gymnasielärare har jag valt att inte ta upp vektorprodukt. Om vi går igenom vektorbegreppet ordentligt kan den som behöver vektorprodukten slå upp den och lära sig själv, om bara vektorbegreppet är klart. Om vi går igenom allt ytligt är det risk att ingenting stannat kvar.”

”De ekonomiska begränsningarna har negativ inverkan på undervisningen. Dels blir det mindre undervisningstid, dels blir det större grupper. Det blir hela tiden mer och mer storföreläsningar.

I höstas var det en klass materialfysiker som fick dubbelt så mycket undervisningstid, faktiskt av misstag. Det var tydligt att deras resultat på kursen blev bättre. Med mer lektionstid har man en annan tid att reflektera kring det man lär sig.

Om du tvingas lära dig en massa på kort tid glömmet du bort fortare. Det är rätt naturligt att det blir så. En annan effekt av för lite tid är att en del som inte skulle behöva ge upp att läsa matte gör det.

Det är som att en del väntar på didaktiska mirakel: En enkel metod som fungerar på alla studenter, och som är snabb, billig och effektiv. Men det är som Euklides sa, om det var när Alexander den Store ville lära sig matematik snabbt: *Det finns ingen kungsväg till geometri*. Alla måste sitta och slita. Matte måste få ta tid.”

”Idag kommer fler och fler till högskolan med dåliga hantverkskunskaper i matematik; de klarar inte av själva räknandet. En del har svårt att se om ett svar de kommit fram till är rätt eller inte, när det är skrivet på ett annat sätt i facit. Om de har svarat roten ur tjugo, och det står två gånger roten ur fem i facit, tror de att de har räknat fel.

Vi arbetar med duggor på matematiska institutionen. Då sprids arbetet ut över en större tid, och studenterna börjar jobba tidigare. Då blir tentorna avdramatiserade också; det kan vara mycket fokusering på tentan.

Ibland vill man vara snäll när studenter frågar, och så berättar man att dethär avsnittet inte kommer att tas upp på tentan. Man tänker att då får de möjlighet att lära sig materialet lite mer avstressat, men många bryr sig förstås inte om att lära sig det alls.

Det kan vara stress vid själva tentaskrivandet också. I en tenta för lärarstudenter ingick talen 60 och 3 i uppgiftstexten, och en del svarade 20 utan att läsa vad frågan handlade om, bara för att 60 går att dela med 3.

För en del blir uppgiftslösande mest att hitta lämpliga formler i formelsamlingen. Frågar man dem är de sällan speciellt säkra på om de gör rätt eller fel; det handlar mer om att storheterna de får passa in i en formel. Om uppgiften ser annorlunda ut blir de lätt förvirrade.”

”Jag minns själv när jag läste fysik för många år sedan. Uppgifterna var tal som skulle räknas, svaret var ett tal. Så var det en fråga som var lite mer begreppsmässig. Det handlade om spektrum, och hade inga siffror alls i frågan. Jag blev förstås förvirrad, och visste först inte hur jag skulle närma mig uppgiften. Så fick jag fundera ett tag, för att förstå vad de frågade om och hur det fungerade med exciterade elektroner och så.

Såna frågor borde det finnas fler av, även inom matematiken. Man kan till exempel fråga vad är det för mening med att införa komplexa tal. Derivata är ett annat begrepp som det går utmärkt att ställa frågor kring. I gymnasieskolor lär sig elever räkna ut derivata, men de vet inte vad det är för något. Varför ska man göra det?”

”Det är ofta för lite tid för föreläsare också. Undervisningen kan ta all tid jag har, så jag måste begränsa det. Ofta går jag bara igenom kursboken en gång, vilket är synd. De gånger jag gått igenom böcker mer än en gång märker jag att det verkligen ger något. Samma sak vore nog bra att ha för studenterna; en obligatorisk genomgång av kursen, efter tentan. Men det finns det inte tid för, det är nya kurser som börjar.”

Tisdag 26 april

Anders Vretblad sätter igång punktligt, som vanligt. Studenterna har lärt sig hans stil, men några släntrar in några minuter sent.

Detta är föreläsningen då Gauss sats presenteras, något av kronan på verket i kursen. Begrepp som volymintegral och källtäthet tas upp; i ena fallet nytt och i andra fallet helt nytt för studenterna.

Beviset för Gauss sats är så långt och invecklat att det är orimligt att gå igenom, och istället gör Anders Vretblad något han kallar för en bevisantydning. De flesta studenter tappar greppet om genomgången och exemplen som följer. Det är svårt att hänga med, kanske inte för att det är avancerade tankegångar, utan för att de behandlar ett begrepp som bara är tre minuter gammalt.

För att samla upp studenterna igen sammanfattar Anders Vretblad Gauss sats med ord, men de flesta har fokus kvar på beräkningarna och tar inte till sig budskapet. Hade han skrivit upp orden på tavlan hade minst nittio procent av studenterna sparat dem. Nu är det högst tio procent som tar till sig dem.

Språk och begrepp

The Divergence Theorem (also called Gauss's Theorem) is one of two important versions of the Fundamental Theorem of Calculus in \mathbb{R}^3 . (The other is Stokes's Theorem, presented in the next section.) In the Divergence Theorem, the integral of the derivative $\text{div } \mathbf{F} = \nabla \cdot \mathbf{F}$ over a domain in 3-space is expressed as the flux of \mathbf{F} out of the surface of that domain.
[...]

Theorem 8: The Divergence Theorem (Gauss's Theorem)

Let D be a regular, 3-dimensional domain whose boundary S is an oriented, closed surface with unit normal field \mathbf{N} pointing out of D . If \mathbf{F} is a smooth vector field defined on D then

$$\iiint_D \text{div}(\vec{F}) dV = \iint_S \vec{F} \cdot \hat{N} dS$$

*Calculus, fjärde utgåvan, Robert A. Adams (Addison-Wesley, 1999)
Kapitel 16.4 (The Divergence Theorem in 3-Space), s 946*

Det är svårt att se det, men i de konstiga krumelurerna ovan står en insikt sammanfattad. Den är skriven på språket matematiska; ett oerhört känsligt, kompakt och inte minst komplicerat språk. Det är inte för inte som det tar många år att lära sig uttryck som det ovan: Man måste inte bara förstå varje liten del i uttrycket, man måste också förstå relationen mellan dem för att helheten ska betyda något.

Det är oerhört svårt att översätta matematiska till svenska. Dels beroende på att det blir alldeles för många ord, men också på att det som sägs på matematiska inte finns på svenska: Du kan översätta " d/dx " med "derivering med avseende på x ", men detta betyder ingenting för en som inte förstod uttrycket från början. Ord på matematiska är uppbyggda av andra matematiska ord – ända ner till den matematiska atomen, som bygger upp allt.

Så hur lär man sig då nya ord på matematiska? Svaret är ofta: på matematiska. Nya insikter uttrycks genom de kunskaper man byggde dem på, och dessa uttrycks lättast på matematiska. Ofta förklaras de dessutom med hjälp av härledningar eller matematiska bevis, eftersom detta är tankegångarna i den matematiska världen.

Det är helt enkelt naturligt att förklara matematik på matematiska. Problemet är att det inte är naturligt att lära sig på matematiska. De flesta kan språket för dåligt.

Vi lär oss genom att koppla nya begrepp till sådana vi tycker att vi redan kan. Här någonstans ligger ett av svaren till vad det är att lära sig: Vi kombinerar redan kända begrepp för att bygga upp nya, mer komplexa begrepp. När vi har använt det nya, sammansatta begreppet tillräckligt mycket kommer det att bilda en egen enhet, och vi tycker att vi har lärt oss det.

Det är inte olikt hur vi ser på ord. När ett barn lär sig att läsa måste hon först titta på varje bokstav för sig. Men så småningom kommer bokstäverna tillsammans att bilda en egen betydelse, och ordet blir en egen begreppsmässig enhet. Så småningom är orden så naturliga enheter att de själva kan användas för att bygga upp nya kombinationer: meningar, betydelser, budskap.

Givetvis tar det tid att bygga upp de nya begreppen. Den mänskliga hjärnan fungerar så att vi måste använda ett begrepp några gånger innan vi känner att vi förstår det. Om ett nytt begrepp inte hunnit sjunka in är det svårt att använda det för att bilda nya begrepp.

Hur vi uppfattar begrepp, vad vi förknippar dem med, beror förstås på i vilket sammanhang vi använder dem. Det vanligaste sättet att använda matematiska begrepp är att räkna. Ett annat sätt vore att prata, men matematiken har ett utvecklat talspråk. Kanske skulle matteprat göra att matematiken inte bara blir ett verktyg för att lösa räkneuppgifter.

Onsdag 27 april

Det är en ny morgon med räknande för Magnus och Lars.

– De flesta sitter och räknar utanför lektionerna, men det är kanske inte så många som går upp på morgonen och räknar. (Magnus)

– Många hoppar mycket mer än vad vi gör; räknar bara lite uppgifter här och där. Räknar gamla tentauppgifter och så. Vi satsar på att förstå det istället. Det är ju det som är vitsen med matte. (Lars)

De båda hjärnorna försjunkar i övningsuppgifter. Två pannor lutade mot två händer, två pennor mot två anteckningsblock.

– Har du löst den? (Lars)

Nej, det hade han inte. Mer tänkande.

– Nu, kanske. Istället för att dra ifrån $3e^z$ är det bättre om vi lägger till det. Då får vi noll här istället, och det blir lättare. (Magnus)

Magnus fortsätter att räkna. Efter ett tag tittar han upp igen.

– e upphöjt med ln två, det måste väl vara två. (Magnus)

– Det är ju e upphöjt med det som du ska upphöja e med för att det ska bli två. (Lars)

– Ja, just det. e upphöjt med det som man ska upphöja e med för att det ska bli två. Fan, man blir ju knäpp bara man säger det. (Magnus)

De räknar vidare.

– Fan, det blev enkelt här i slutet. Bara samma sak hela tiden. (Magnus)

– Det är bara en metod att lära sig. Det kanske det var innan också, i och för sig. (Magnus)

Räknar vidare.

– Ett tips: Utveckla inte kvadraten. Den kommer att försvinna. (Lars)

Städerskorna ute i korridoren pratar.

– Fan vilket tråkigt jobb, att städa. (Magnus)

– Fast det behöver nog inte vara så tokigt. Bekymmersfritt jobb. Enda problemet är att man måste gå upp så tidigt. (Lars)

– Det är som att räkna matte med dig. (Magnus)

Magnus skrattar lite.

– Det är skitbra att ha någon att räkna tillsammans med. (Lars)

– Enda problemet är att jag hela tiden är fem steg efter. (Magnus)

Denna morgon går det bättre att räkna. Tre-fyra uppgifter, och de har fått börja på ett nytt kapitel.

Tisdag 26 april

Halva klassen har räkneövning med Anders Vretblad, medan andra halvan har en annan lektionsledare. Räkneövningen fyller de två första timmarna på tisdagsmorgonen. De två nästföljande kommer att vara föreläsning i helklass.

Större delen av den första timmen går åt till att Anders Vretblad löser uppgifter på tavlan. Då och då stannar han upp för att ställa frågor till klassen. Vissa frågor svarar han själv på efter några sekunders tystnad, men vissa frågor vill han inte släppa så enkelt. Då ger han först ledtrådar och vägleder åt rätt håll, och använder slutligen tystnaden som vapen för att tvinga fram ett svar från åhörarna. Ibland får han fram det han vill, ibland blir resultatet mindre framgångsrikt:

– Är det någon som kommer ihåg hur integralen ser ut för att räkna ut arean av en krökt yta? [tystnad] Då kommer ytans lutning att påverka, så att ju mer den lutar, desto mer area blir det per ruta i x/y -planet... [tystnad]

– Jag kommer ihåg att vi gjorde det, men inte hur... (student)

8.50 övergår lektionen i räknestuga. Anders Vretblad går runt och svarar på frågor som dyker upp eller som studenterna haft med sig. Alla studenter har fått ett häfte där Anders Vretblad skrivit kommentarer om avsnitten, och valt ut övningar som han tycker är nyttiga. De flesta samarbetar med bänkkamraten. Vilka som sitter tillsammans, eller själva för den delen, är inte en slump.

En bit in i räknestunden hörs Anders Vretblads halvdolda frustration några bänkar bort.

– Dethär pratade vi om i höstas. x är en löpande variabel. Den har inget värde.

Den som inte är upptagen med att räkna kan höra att studenten i fråga inte har koll på den aktuella uppgiften.

– Hur hög är triangeln?, undrar Vretblad.

[tystnad]

– Tio minus x (studenten)

Det är svårare att titta bort från frågor när de är personligt riktade.

– Men titta här. [pekar] Hur hög är triangeln? [tystnad]

Lukten av utskällning känns på flera meters håll. Inte speciellt starkt, men klart märkbart. Anders Vretblad väljer att bryta tystnaden själv.

– Det är mycket lättare att räkna ut triangelns area genom att ta basen gånger höjden och dela med två. Dethär gick vi ju igenom i höstas...

Senare när jag passerar bänken ser jag att studenten har prydliga, kanske exemplariska anteckningar från problemen som Anders Vretblad gick igenom tidigare på morgonen.

Frågor från annat håll visar på mer förståelse.

– Men vad *står* dS för?

– Tänk dig som en liten, liten yta. Roten ur ett plus x -kvadrat är en skalfaktor, när du tittar på ytan i x/y -planet.

Andra frågor ligger någonstans emellan.

– Hur får du ihop dethär? (student)

– Jo, roten ur a gånger roten ur b är lika med roten ur a gånger b . (Anders Vretblad)

– Jaha. Ja, det är väl sånt man får komma ihåg, helt enkelt. (student)

Enligt schemat är det en rast mellan nio och kvart över nio, men alla jobbar vidare. Fem i halv tio avbryter Anders Vretblad församlingens räknande.

– Jag vet inte riktigt hur jag ska göra här. Ni verkar ha väldiga problem allihopa, med att komma igång. Jag har i hemlighet skrivit upp lösningen på uppgift sju steg för steg här på tavlan.

En genomgång följer, där Anders Vretblad pekar ut de fallgropar som finns i uppgiften. Även uppgift tretton går igenom. Efteråt stannar han upp.

– Ja. Dethär *är* svårt. Vi får ta och jobba oss igenom det.

Onsdag 27 april

Detta är sista föreläsningen med nytt material, meddelar Anders Vretblad. De sista två föreläsningarna läggs på att gå igenom gamla tentor.

10.52, trettiosju minuter teori senare, sätter Anders Vretblad punkt på tavlan.

– Därmed, mitt herrskap, har vi gått igenom hela innehållet för den här kursen. (tittar på klockan) Lustigt nog gick det tjugo minuter fortare än förra året.

Klassen fnissar till. Några sekunder efter att fnisset lagt sig övergår Anders Vretblad till att räkna blandade problem från ett papper. Det har börjat en ny fas i kursen. Tentapluggandet.

Del II – Tentapluggandet

Jag möter doktoranden Ola Wessely på väg ut från Ångström. Vi pratar kort om reportaget jag skriver, och han sätter fingret på ett ofta outtalat fenomen.

– Det det är tänkt att studenterna ska lära sig, det står i kursplanen. Det som studenterna faktiskt lär sig, det står i gamla tentor.

Studenter anpassar sig till hur utbildningen fungerar. När det är mycket att göra och lite tid måste nya lösningar hittas. Det finns de som har lärt sig flerdimmen under tre dygn innan tentan, genom att räkna gamla tentor sexton timmar om dagen.

Vad är att lära sig? Vad mäter en tenta?

Sågspån

”Ett element kan bestå av en burk av zinkplåt och en kolstav med metallhatt. Zinkburken och kolstaven kallas elementets elektroder eller poler. Mellan kolet och zinken finns i regel sågspån, indränkt med salmiaklösning, som är en elektriskt ledande vätska. Sågspånen suger upp vätskan (torrelement). Elementen kallas salmiakelement.”

*Fysikboken för högstadiet, faktabok. Hall, Pederby, Elmgren. (Esselte, 1972)
Eletricitetens natur (Galvaniska element och ackumulatorer), s 127*

Texten ovan innehåller ett fel: Batterier innehåller inte sågspån. De innehåller ett ämne som kallas brunsten. Vid förra sekelskiftet användes sågspån ibland, men om du sågar sönder ett batteri idag kan du se klart och tydligt att det inte innehåller sågspån. Samma sak gällde 1972, den tid då boken ovanför trycktes.

Under en tid påstod samtliga fysikböcker i Sverige att batterier innehåller sågspån. Källan är förmodligen en enda översättning från en tysk fysikbok, som blev spridd och låg till grund för nya fysikböcker som skrevs. Det är lätt att tänka sig åtskilliga högstadieprov i fysik, där studenter ska markera de olika delarna av ett batteri, eller förklara hur ett batteri är uppbyggt. Rätt svar var ”sågspån”.

Vad är att lära sig? Vad är kunskap? Hur förhåller vi oss till det vi lär oss? Om ingen upptäcker att batterier inte innehåller sågspån, varför värderas då kunskapen tillräckligt högt för att vara med i fysikböcker för högstadiet?

Tisdag 3 maj

Det är första föreläsningen efter sista april. Mycket snack i klassrummet. 10.15 avbryter Anders Vretblad för att komma vidare med pappret med blandade uppgifter som de började på under förra föreläsningen. Samtliga fyrtio studenter tystnar.

Uppgifterna som Anders Vretblad räknar igenom tar rätt lång tid, men han går ändå fort fram. Det är typiska tentauppgifter, men av den mer ansträngande sorten. Även när han vet precis vilka steg som ska tas tar det tolv minuter av konstant räknande. Samma sak gäller nästa uppgift på pappret.

Bänkarna är marmorerade. Fönsterna är stora. Gardinerna är fula. Utanför är bil- och cykelparkeringen, och längre bort syns Polacksbacken, Läkemedelsverket och Sten Sturemonumentet. Det var Sten Sture som grundade Uppsala universitet, för över fem hundra år sedan.

På de nedfällbara stolarna sitter fyrtiotalet studenter. Spåkulan berättar att tio kommer att bli underkända och få skriva omtenta för att kunna få ut sin examen. Det gäller att komma på rätt sida om strecket. Pennorna arbetar mot blocken.

10.40 är pappret med uppgifter klart, och Anders Vretblad går över till att räkna uppgifter från en gammal tenta. Det tar 21 minuter att lösa två uppgifter.

Tisdag 3 maj

From: Lars Högberg
Date: 2005-05-02 21:36
To: Johan Falk

Hej,

I morgon e.m. (~16.15) tänkte vi göra en inlupp i flerdimmen. Vi kommer nog att vara några stycken, vi har bokat ett av de stora grupprummen på Polacks i hus 2. Kommer inte ihåg vilket nummer, men det är ett av dem längst till vänster när man kommer utifrån...
Kom om du vill!

MVH
Lars Högberg

Sju killar i ett grupprum. Whiteboardpennorna har torkat. Två Calculus, en grafritande miniräknare. Uppgift 13, 14, 15 och 16 att ta itu med. Det är den fjärde och sista av inlämningsuppgifterna, som alla tillsammans ger två bonuspoäng på fyrtiopoängstentan.

Anders Vretblad har valt att inte ha någon dugga på kursen. Enligt studenten som berättar det är det för att det skulle bli för lätt att klara tentan med fler bonuspoäng. Det blir en mindre diskussion.

- Inlämningsuppgifter är nästan bättre än duggor.
- Duggor ger mer på tentan.
- Jag tycker det är lite fusk med duggor. Man får hoppa över de två första talen, och inte fan kan man dem.
- Varför får man egentligen hoppa över de två första talen?
- Men det är ju för att man har redan visat att man kan det.
- Men man kanske har glömt bort det.
- En månad efter tentan kanske du har glömt tentan också.
- Jag tycker att det är orättvist. De som redan är bra får extra mycket tid på sig på tentan.

Räkandet fortsätter. En 1,5-liters colaflaska med vatten på bordet. Lysrör. Snyggt rum, men dålig ventilation. En kille med långt hår och festivalband runt handleden ställer med jämna mellanrum frågor till Lars, som ligger lite framför i räkandet. Småprat och skämtande blandas med tyst räkande.

Det blir diskussion när alla fastnar på samma uppgift. De har kommit fram till samma uttryck allihopa, men kan inte komma vidare på det. Jag försöker hjälpa till, men kommer inte heller någon vart.

Säkert tjugo minuter senare kommer killen med festivalbandet på ett sätt att göra det annorlunda, och knuten löses upp.

Lars och Magnus jämför sina resultat. De verkar räkna fortare än resten av gänget. En kille som inte sagt någonting sitter och sneglar lite på de andras lösningar när de diskuterar.

- Fan, jag kan inte rita en sån här jävla sfär. (Lars)
- Fan vad snyggt! Jäävlar! (Magnus)

Magnus har fått fram en rätt bra illustration över figuren som de ska räkna på, medan Lars har någon form av apelsinklyftor i sitt koordinatsystem.

- Kurvintegral, det är en längd, eller vad är det?
- Det är arbete.

Klockan blir halv åtta. Killarna, för det är bara killar i grupprummet, har gått i skolan sen tio.

– Jag skulle aldrig klara det om jag inte satt dygnet runt. Första terminen tyckte man att det var helt sjukt, att man är i skolan tolv timmar. Nu tycker man att det är helt normalt. (Magnus)

– Tack så mycket för hjälpen allihopa, säger en kille när han lämnar gruppen vid tjugo i åtta.

Folk börjar plocka ihop.

– Har vi labb imorgon? Ska man behöva pallra sig dit igen vid kvart över åtta?

En kille kommenterar arbetet medan han packar sin väska:

– Jag tycker det ger rätt mycket att sitta såhär i alla fall. Man förstår en del. Jag har skjutit kursen framför mig hela tiden, och har typ halva kursen kvar fortfarande.

Det är åtta dagar kvar till tentan.

Onsdag 4 maj

Lektionssalen är fullsatt sånär som på ett par stolar. Tjugosju studenter i klassrummet skvallrar om att några måste ha bytt från den andra lektionsgruppen.

Anders Vretblad går igenom gamla tentor. Efter en ganska lång utläggning tittar han ut över klassen och frågar om vi är med på det. Ett ensamt, svagt "mm" hörs.

– Vad bra, säger Anders Vretblad, men han tror nog inte på det själv. I alla fall hänger inte jag med, och jag har läst och klarat kursen innan. Omkring mig arbetar pennor mot kollegieblock i en välkänd symfoni. Ett tag senare kommer samma fråga igen.

– Hängde ni med här? Ni ser varierande glada ut.

En student kliver fram ur den anonyma massan. Oproportionellt ofta är det tjejer som vågar säga något.

– Alltså, jag förstår inte det där med d/dx och d/du d/dv .

Anders Vretblad svarar så gott han kan. Det är inte enkelt utan rätt verktyg. I slutet av förklaringen blir han tvungen att säga hur han ser på det rakt ut. Då får det åtminstone sagt, även om det inte går att förstå.

– Om ni hade läst en lite större linjär algebra-kurs än vad vi hade plats med hade vi tagit upp kombinationer av linjära operatorer. Det är precis vad dethär är. Derivering är en linjär operator.

För de flesta i klassrummet betyder förklaringen ingenting, men för mig som förstår orden är det glasklart, det är snyggt. Det slår mig igen att matematik är ett oerhört kraftfullt och exakt språk. Och att det tar tid att lära sig.

Anders Vretblad arbetar vidare med en uppgift som handlar om koordinatbyten, derivator och differentialekvationer. Den skönhet som kan finnas i matematik blir tydlig när ett uttryck som från början fyller en och en halv rad omformuleras till en enda derivata. Det är, i brist på bättre liknelser, poesi. Oerhört kärnfulla uttryck som ersätter långa haranger.

Det känns nästan som magi. Jag har en känsla av att många andra i klassrummet också upplever förvandlingen som magi, men på ett annat sätt.

Onsdag 4 maj

Jag är en minut sen. Anders Vretblad har redan börjat första uppgiften på en gammal tenta. Jag stänger av mobilen och sätter mig på en stol långt bak.

Uppgifterna går igenom noggrant men skyndsamt. När näst sista tavlan är fylld suddar Anders Vretblad ut den första, fast det fortfarande finns plats att skriva på. Anledningen är att tavlan ska hinna torka, så att det inte blir svårt att läsa på den. Det ges inga kurser i sådan kunskap, det är något som kommer av att ha undervisat länge. Ett visst sinnekrävs också, och Anders Vretblad kommenterar det själv när han suddar ut varenda plutt på tavlan.

– Ni kanske märker att jag är suddpedant. Det finns vissa kollegor som är betydligt slappare med det.

Klassen fnissar. Det finns en tvåsidig kontakt mellan föreläsare och åhörare, även om ena halvan ofta är dold.

En bit in i föreläsningen klubbar farbror trött ner mig. Fler än jag blir dåsig; snett framför mig sitter en tjej och somnar. Det syns förstås tydligt från svarta tavlan, men ibland är tröttheten för stark för att kunna hållas tillbaka. Föreläsningssmiljön är nästan som gjord för det: stillasittande, monotont lyssnande, ekvation efter ekvation som skrivs ner på tavlorna.

Sju dagar kvar.

Måndag 9 maj

SMS sent: 10:50:44 09.05.2005

Tja Johan, simon här igen. E du busy idag? Jag och Alexander pluggar hemma hos honom på Dragarbrunnsgatan 19, ifall du e intresserad.

Två dagar kvar till tentan. Alexander och Simon intensivpluggar.

– Vi har legat lite efter i uppgiftsräkandet, om vi säger så, så det var först idag som vi började räkna gamla tentor. (Simon)

De senaste dagarnas pluggande har varit fördelat enligt följande:

Idag måndag: 10.30–22, minus någon timme.

Igår söndag: 13–18, plus två timmar räkning var och en för sig.

Lördag: 10–21.30, minus en och en halv timme då Simon klippte sig.

Fredag: 10–20, minus två timmar för att fixa en dator.

Torsdag: 09–22.30.

Det är papper, böcker, ett par serietidningar, snacks och ett par kaffemuggar på Alexanders köksbord. Simon pekar på Alexanders skiss för den aktuella uppgiften.

– Dendär är ju inte rund. (Simon)

– Va, är den inte rund? (Alexander)

– Nej, det är som en halv cylinder, en stupränna. (Simon)

– Va, jaha. [tittar] Ja, det är det ja. (Alexander)

Ett matematiskt uttryck arbetas fram, sakta men säkert.

– Nu ska vi använda cylindriska koordinater, va? (Alexander)

– Ehm... (Simon)

– Eller ska vi ha sfäriska? Cylindriska eller sfäriska? (Alexander)

– Eller vad är det vi ska räkna ut? Är det volymen vi ska räkna ut? (Alexander)

Simon kollar.

– Det är arean vi ska räkna ut. (Simon)

– Jaså, ja då lär det ju inte vara cylindriska koordinater i alla fall. (Alexander)

– Var det dendär krångliga med dS man skulle använda för att räkna ut arean? (Alexander)

Till slut får Alexander fram ett svar: en fjärdedel gånger två π gånger roten ur fem minus ett.

– Då är frågan om det är rätt svar. (Alexander)

Simon räknar vidare, men tittar på Alexanders svar.

– Hörrudu, du integrerade aldrig roten ur v. (Simon)

Alexander räknar om.

– Det blir fem gånger roten ur fem minus två tredjedelar? (Alexander)

– Mhm... (Simon)

De har fått samma svar, men de skiljer sig mot facit med en faktor tre. Det betyder att det finns något ganska enkelt fel på vägen. Det tar en halv minut att hitta felet. Det är en skalfaktor. Jag går igenom skalning hjälpligt med killarna, för att förklara tredjedelen.

– Det känns som att jag inte vill vara kvar här i sommar och läsa repetitionskurs. (Simon)

– Jag tror inte att jag kommer att klara den här tentan. Fast det gör inte så mycket, för jag har inte så mycket att göra i sommar. Då kan man hålla på med den här, sitta hemma och inte göra av med så mycket pengar. (Alexander)

– Jag blir lite sur på Vretblad. Han skriver slarvigt när han räknar ut uppgifterna och så hänger man inte med. Och så när han räknade nån uppgift så orkade han inte räkna ut det, utan tyckte bara att det där vet ni hur man gör. Om man inte vet hur man gjorde då, då vågar man ju inte säga någonting. (Alexander)

– Vretblad vågar man inte alltid fråga, då tittar han på en och fnysar eller så. Om han har skrivit fel på tavlan eller så dröjer det ett tag innan någon vågar påpeka. Därför är det bra att vi hade den där Johan på räkneövningarna, för han var ju inte så skräckinjagande. (Alexander)

Alexander arbetar med att rita upp en bild över nästa uppgift.

– Jag tycker att det skulle vara en kurs i 3D-ritning för alla civilingenjörer. (Alexander)

– Jag tycker att Vretblad är rätt bra på att rita. (Simon)

– Jo, Vretblad ritar jävligt snyggt. (Alexander)

– Om man ser vad det är blir det lättare att räkna på det. (Simon)

Alex går iväg för att hämta tvätt. Simon pratar lite mer när Alexander är borta, och generös med sina beskrivningar över hur de arbetar.

– Vårt sätt att lösa talen är mer eller mindre att titta i facit och se vad de kommit fram till, och så hitta en formel som stämmer överens. Om vi ska lösa uppgift åtta, så tittar vi på nummer sju för att se hur de har löst den uppgiften. (Simon)

Alex kommer tillbaka.

– Nu jävlar ska jag sätta en klocka för att inte glömma bort tvätten igen. (Alexander)

– Sätt på lite kaffe också. (Simon)

Simon verkar behöva kaffet för att fortsätta räkna. Det blir en lugn stund medan kaffet bryggs ned i termos.

– Energisystem känns bra, förutom matten. Det är så tråkigt. Man räknar ju bara matten för mattens skull. Man får ut ett svar, men man använder det inte till något. Det är annat med kemi eller fysik, men matten är som att trampa vatten. (Alexander)

– Men man får motion. (Simon)

– Ja, det är klart. Hjärngympa. (Alexander)

Alexander skrattar.

Ett tag senare frågar en uppgift om tangentlinje till nivåkurvor.

– Nivåkurva, det har jag liksom... När man nämner nivåkurvor i sånär sammanhang, så

säger det mig liksom ingenting. (Simon)

Jag går igenom nivåkurvor litegrann, och kommenterar att jag tycker att det är tätt mellan nya begrepp i kursen.

– Då tycker jag att linjäralgebran var värre. Leif införde nya begrepp hela tiden. Och så ritade han upp dedär pilarna hela tiden, och ingen förstod vad det var. Och när vi frågade vad det var så sa han bara att det tar vi senare. Men det gjorde han aldrig. Men han använde det hela tiden i alla fall. (Alexander)

– Jag tycker faktiskt att matte är roligt när man fattar det. (Simon)

– Men när man fattar det behöver man ju inte göra nånting, då kan man ju redan det. (Alexander)

I en uppgift med Gauss sats blir det lämpligt att använda sfäriska koordinater. En annan skalfaktor måste införas, standardmässigt, men Alexander kommer inte ihåg om det är sinus eller cosinus som gäller. Simon assisterar.

– Det är $-\text{kvadrat sinus}$. Sånt där kan jag komma ihåg. Jag klarade duggan på endimmen genom att jag på morgonen såg en formel för nån tangensgrej, och den kom med tre gånger på tentan. (Simon)

Räkandet går inte problemfritt. Alex jobbar vidare, och kommenterar sina resultat kontinuerligt. Simon är tystare, men räknar minst lika mycket. Dagens mest använda ord kan vara π .

Simon och Alexander har inte räknat tillsammans mer än några veckor.

– Det har varit mest på slutet. Simon låg på del sex, och jag var på tretton. Men jag kände att det var bra att repetera lite. Och när jag började om på sexan upptäckte jag att jag inte kunde det. Jag kryssar för uppgifterna i boken när jag har gjort dem. Men när jag kommer till en uppgift kan jag se att det är ett kryss där, men jag har ingen aning om hur jag ska göra det. Jag har ju liksom bara tagit exempeluppgifterna och satt in värden i dem. (Alexander)

– Jag förstår ju inte vad jag gör. Jag gör ett tal, och så går jag till nästa. Jag vill ha saker jag kan hålla i. (Alexander)

Jag frågar Simon om han tycker att han förstår vad han räknar.

– Nej. [skrattar]

– Så var det med linjären också. Då satt vi i tre fyra dagar och plöjde gamla tentor. Om uppgiften ser ut ungefär såhär, så ska man göra ungefär såhär och såhär. (Simon)

Tisdag 10 maj

När jag kommer in i grupprummet står Lars och räknar en uppgift på whiteboarden.

– Här är det väl Greens formel som gäller, och så drar vi bort den här sträckan? Visst är det så vi brukar göra? (Lars)

Magnus och Gustaf, som också är i rummet, håller med. Situationen förklaras för mig.

– Vi brukar göra så när vi räknar tentor, att en räknar uppgiften och de andra tittar på och kommenterar. (Magnus)

Efter en stunds resonering dyker ett svar upp på den nästan fulla tavlan.

– Stämmer svaret? (Lars)

– Jo, det stämmer. (Gustaf)

Stämningen är avspänd för att vara dagen innan tentan.

– Ska vi testa att köra Greens på den också? (Lars)

– Det kan vi väl göra. (Magnus)

– Då får du göra det. (Lars)

Magnus ställer sig upp och tar pennan, och Lars sätter sig ner. Ett nytt sätt att lösa uppgiften används, och redan efter en halv minut har Magnus ett svar.

– Det gick ju mycket fortare såhär. (Magnus)

– Fast du måste ta bort sträckan där uppe också. (Gustaf)

– Ja just det. Då måste ju den bli noll. (Magnus)

Hans slutsats grundar sig på att svaret han fick var samma som Lars fick innan, trots att den aktuella sträckan inte var medräknad. Det tar några minuter till att räkna och resonera sig igenom linjeintegralen, men det erbjuder inte något större motstånd. Och jo, den blev noll.

Gustaf tar hand om uppgift tre. Han står tyst ett tag och läser i uppgiften, varefter han ritar upp en skålformad yta på tavlan. Den skärs av en cylinder, och uppgiften är att räkna ut hur stor yta som ligger innanför cylindern.

– Cylindern måste väl vara större än sådär. (Lars)

Gustaf tittar på sin bild.

– Aja, men nu vet vi ungefär hur det ser ut. Det är en ytintegral, alltså. (Gustaf)

Gustaf skriver upp de relevanta uttrycken på tavlan och stegar igenom uppgiften.

– Fan, de är ju löjliga, dedär. Eller – de är väl inte löjliga, men det är ju samma sak på alla tentor. (Lars)

– Det blir ju alltid fem gånger roten ur fem minus ett. (Gustaf)

– Alltså alla uppgifter på alla tentor är precis såhär. Det är alltid samma kroppar. (Lars)

Dags för nästa uppgift.

– Dehär är jag dålig på, så det är bäst att jag tar den. (Magnus)

Uppgiften handlar om riktningsderivata, det vill säga att bestämma hur en krökt yta lutar i en viss punkt. Uppgiften går ändå kvickt, när Lars påpekar skillnaden mellan riktningsderivata och gradient för Magnus.

8 a)

Lars vill ta uppgift åtta, sista uppgiften på övningstentan. De brukar vara knepiga, raka motsatsen till standarduppgifter. Jag kommer att se den lösas tre gånger under dagen, varje gång på olika sätt.

I uppgiften ingår ett vektorfält, som Anders Vretblad senare kommer att kommentera som ”lite läbbigt”. Lars beskriver det med andra ord:

– Fan, dethär vektorfältet är ju helt stört.

Räkningen kräver ansträngningar från alla i rummet, och tavlan fylls mer än en gång. Uppgiften går ut på att beräkna flödet genom en jobbigt formad yta. Det tar tid att bara rita upp ytan. Första diskussionen går kring hur flödesintegralen egentligen ska räknas, och vad den innebär. När den frågan är avklarad går diskussionen vidare kring koordinatbytet, och att få fram ett uttryck för flödesintegralen. Till slut blir det räkning, och det är inte ett nådigt uttryck att ta itu med. Efter en stunds räknande upptäcker vi att två av tre termer försvinner, och stryker dem därför. Sista uttrycket räknas ut, och trots alla möjligheter till räknefel stämmer svaret med facit: π genom tre.

Det är dags för lektion.

8 b)

Lektionsledaren Johan Björklund går igenom en gammal tenta med B-gruppen. Studenterna sitter tysta i väntan på att räknandet ska bli klart. Några antecknar. En bänkgupp verkar räkna på en

annan uppgift; tre personer lutade över ett gemensamt skrivblock.

Fem i två börjar Johan med uppgift åtta, samma uppgift som Lars, Magnus, Gustaf och även jag brottades med tidigare under dagen. Johan Björklund lägger inte lika mycket vikt på hur området ser ut, utan går direkt till uttrycket för flödesintegral. Precis när jag tror att han är på väg in i våra jobbiga beräkningar konstaterar han att två av tre uttryck blir noll, eftersom området är symmetriskt. Magnus och jag utbyter blickar. Vi missade en stor genväg.

Uppgiften går mycket fortare att lösa för Johan Björklund, förmodligen fortare än vad någon student skulle räknat den. Klockan hinner ändå fem-tio minuter in på rasten innan svaret står klart: π genom tre.

– Vi tar rast i några minuter, så kan ni fundera på vad ni vill att jag ska räkna efter rasten.

Jag tar mig bort till Anders Vretblads lektion för att se hur det är där.

8 c)

Till hösten kommer Anders Vretblad gå ner till halvtidstjänst, och bara undervisa nykomlingar i endimensionell analys. Hans sista lektion i flerdim börjar som alla andra punktligt, och när jag kommer trettio sekunder sent har han redan börjat skriva på tavlan. Jag får leta för att hitta en ledig stol – idag är det 28 studenter i klassrummet.

Så snart Anders Vretblad avslutat den pågående uppgiften tar han upp uppgift åtta.

I förmiddags tog det oss fem minuter att rita upp ytan som skulle beräknas, och Anders Vretblad gör det på trettio sekunder. Dessutom gör han det med tydligare bild och tydligare resonemang.

När uppgiften sedan ska beräknas känner Anders Vretblad till alla symmetrier, alla hemligheter som ligger under ytan på uppgiften. Kanske är det för att han är Arkitekten i flerdimmens Matrix: Det är han som har skapat uppgiften. Kanske är han egentligen som Neo; han kan skärskåda uppgiften fullständigt. Kanske ser han hela lösningen från början till slut, redan innan han har dragit första strecket med tavelkritan.

En lösningsmetod som jag förkastade i förmiddags och Johan Björklund bara kommenterade som en kanske möjlig väg, väljer nu Anders Vretblad att gå. Istället för att räkna ut flödet genom den jobbiga ytan använder han Gauss sats, och lägger till ytor för att bilda en cylinder. I en handvändning är lösningen klar:

Flödet in genom botten är π genom tre. Inget flödar ut genom sidorna, och inget skapas eller försvinner inuti cylindern. Ut genom taket, ytan vi skulle räkna på, måste flödet alltså vara π genom tre.

Tisdag 10 maj

Anders Vretblad fortsätter lektionen med uppgift sju. Studenterna här är vaknare än på Johans Björklunds lektion, mer med i vad som händer. Jag sträcker på mig för att hitta killen som fick en mindre utskällning på en tidigare lektion, och ser att han sitter längst fram och antecknar flitigt. Uppgift sju är klar. Anders Vretblad börjar känna sig klar med lektionen.

– Ja... Ska vi ta uppgift B6 också?

Ingen säger något. Det är nitton minuter kvar av trettio års erfarenhet av undervisning i flerdimensionell analys. Ingen frågar vilka delar av kursen som studenter brukar ha svårt med. Ingen frågar varför vissa avsnitt är så svåra, hur man ska tänka för att förstå dem, vilka delar som är roligast att undervisa eller vad som är viktigast att komma ihåg från kursen.

Anders Vretblad räknar igenom uppgift B6.

Det går fortare än väntat, och några minuter senare är uppgiften klar.

– För att vara ett sjätte problem var det i snällaste laget.

Det är fortfarande tid över, och en student ber Anders Vretblad räkna igenom en viss typ av uppgift. Han har inget problem förberett, utan tar ett från Calculus istället. Räkningarna går bra, men när det är sex minuter kvar sväller problemet istället för att ta slut.

– Det var ju ett spännande problem, dethär, säger Anders Vretblad när han upptäcker egenskaper hos uppgiften han inte såg från början. Även Neo kan alltså bli överraskad.

En motorcykel för ljud utanför. Tre minuter kvar. Räkningarna fortsätter att svälla.

– Oj, problemet blev mycket mer omfattande än jag tänkte mig från början.

Tiden tar slut. Anders Vretblad tvingas lämna uppgiften med direktiv om hur det ska lösas, men fortfarande olöst. Han önskar studenterna lycka till på tentan, och säger att han ska försöka ha den rättad innan helgen.

Studenterna plockar ihop sina väskor och går. Några samlas vid en bänk för att diskutera en uppgift medan Anders Vretblad suddar tavlan.

Imorgon är tentan.

Onsdag 11 maj

Tenta, Gimogatan, skrivsal 2. Bänk efter bänk efter bänk. “Alla väskor, mobiltelefoner, ytterkläder inkl. mössor skall förvaras vid klädhyllan i skrivsalen.” Ute lyser solen. Inne går klockan. Två minuter kvar av skrivtiden.

Genom fönsterna kan jag se att både Lars och Magnus fortfarande är kvar.

“Tentatiden är slut.” Högtalarrösten hörs genom väggen. “Jag får be alla att lämna in sina papper.”

Lars har löst alla uppgifter utom åttan. Det låter som en femma. Magnus säger att han tror att han kan få fyra. Jag pratar med fler ur klassen.

– Det kändes inte så bra för några dar sen, men sen har vi suttit och jobbat. Vi får se, det kan nog bli en fyra. Jag la så mycket tid på att försöka lösa åttan, så jag hann inte riktigt med fyran. Det var de som krånglade för mig. Vi får se hur han är med rättningen, den gode Vretblad. (ej namngiven)

– Jag tycker att det gick bra. Det kan hända att jag klarar den. En av uppgifterna var på ett område jag inte räknat på på sex veckor. Men två poäng på varje uppgift, så... (Simon)

– Det har ju varit ett mörkt moln under en och en halv vecka nu. Vi får se om det blir godkänt. (ej namngiven)

Epilog: intervju med Susanne Mirbt – ”Det borde stå på schemat: Reflektion.”

Susanne Mirbt har varit fast anställd vid fysiska institutionen i ganska precis ett år. När tjänsten skulle tillsättas anordnades bland annat en provföreläsning, och jag var en av de studenter som närvarade för att utvärdera. En av de saker jag minns var hur hon skrev upp formler och lagar hon härledde inte bara med symboler, utan också med ord. Jag minns också hur hon pekade mot lysrören och sa att elektrisk induktion är det som ger ström till lamporna, och hur hon inledde föreläsningen med en demonstration där en magnet föll nästan magiskt långsamt. Skillnaden mellan detta och Harry Potter, sa hon, är att fysik går att förklara.

Sedan årsskiftet är hon prefekt på fysiska institutionen, Uppsala universitet.

– Det fanns ingen annan som ville ha jobbet. Institutionen har stora problem: Den ligger back cirka femton miljoner. Det finns en stark polarisering mellan forskning och undervisning, och även mellan olika forskargrupper. Institutionen har också ett historiskt arv som är ett hinder för en moderniseringsprocess.

– Jag blev inte tillfrågad, utan sökte tjänsten själv. Det är bättre att sitta på en stol där man kan påverka situationen än en där man bara gnäller.

Det är inte svårt att få Susanne Mirbt att prata om undervisning och problem som finns.

– Blockundervisningen är ett problem, det vill säga att ha en kurs varje dag under några veckor. Det är som att ta körkort på en vecka. Det är i princip det vi gör här. Man tar körkort, men kan inte fysiken för det. Om de fyra läsperioderna sträcktes ut och gjordes till två perioder skulle det bli mer tid för reflektion, och studenterna skulle inte kunna fokusera på tentan när kurserna startar. Tyvärr är det svårt att få att fungera med CSN.

– Blockundervisningen är också ett problem i och med att lärarna blir mindre motiverade. Du har inte tid till något annat än att förbereda och undervisa. ”När tar det slut?”, tänker man efter ett tag. Om det var två tre timmar per vecka skulle man kunna motivera sig.

– Schemaläggningen är ett hinder för djupinläring, men det är svårt för institutionen att rå på det. Det finns inte tid att tänka efter. Det borde stå på schemat: Reflektion.

Under intervjun ringer hennes telefon. Hon är eftertraktad, och nu när hon läser en pedagogikkurs under dagarna blir prefektuppgifterna förpassade till mellan fyra på eftermiddagen och sex på kvällen. Samtalet sköts på tyska; Susannes modersmål. Hon är eftertraktad även hemma.

– Något vi skulle kunna göra redan nu är att mer gå över till alternativa inlärningsformer. Föreläsningar är något historiskt, från den tiden då man inte kunde läsa sig till kunskapen i en bok. Nuförtiden använder även vi föreläsare böcker av andra. Föreläsningen måste fokusera mer på förmedlandet, och vi måste hitta nya metoder för att anpassa oss till situationen.

Jag frågar om tentor också behöver ändras.

– Tentorna går ut på att kunna använda formelboken, utan att förstå vad formlerna betyder. Det är som att klara ett språkprov för att du kan orden, men inte grammatiken.

– Jag själv tycker att det är mycket bättre med muntlig examen; då finns det mycket bättre chans att se var studenten står. Det blir också ett tillfälle för inläring, eftersom det är direkt feedback. Vi har tittat på tiden som går åt till förberedelser och rättning av tentor. Jag tror att det är realistiskt genomförbart att ha muntlig examen, och inte bara visioner. Däremot vet jag inte hur studenterna skulle reagera, men det är väl en vanesak också.

– Mycket av det vi gör är historiskt betingat och har inte ifrågasatts. Eller – vi håller på att ifrågasätta. Vi ska bli mer aktiva än vi varit hittills.